

МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ



Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**«Российский государственный гуманитарный университет»
(ФГБОУ ВО «РГГУ»)**

ИНСТИТУТ ИНФОРМАЦИОННЫХ НАУК И ТЕХНОЛОГИЙ БЕЗОПАСНОСТИ

Факультет информационных систем и безопасности
Кафедра фундаментальной и прикладной математики

ТЕОРИЯ ГРАФОВ

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Направление подготовки 01.03.04 Прикладная математика
Направленность (профиль) Математика информационных сред

Уровень квалификации выпускника - бакалавр

Форма обучения - очная

Москва 2019

ТЕОРИЯ ГРАФОВ

Рабочая программа дисциплины

Составитель:

канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры фундаментальной и прикладной математики
Славова В.В.

УТВЕРЖДЕНО

Протокол заседания кафедры

фундаментальной и прикладной математики

№ 13 от 28.06.19

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Пояснительная записка

1.1 Цель и задачи дисциплины

1.2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

2. Структура дисциплины

3. Содержание дисциплины

4. Образовательные технологии

5. Оценка планируемых результатов обучения

5.1. Система оценивания

5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине

5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1. Список источников и литературы

6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

9. Методические материалы

9.1. Планы практических занятий

Приложения

Приложение 1. Аннотация дисциплины

Приложение 2. Лист изменений

1. Пояснительная записка

1.1. Цель и задачи дисциплины

Цель дисциплины: формирование базовых представлений в теории графов и возможности таковых для применения к разным типам прикладных задач.

Задачи дисциплины: обеспечение подготовки будущих профессионалов к решению стандартных задач теории графов и сетей.

1.2. Формируемые компетенции, соотнесённые с планируемыми результатами обучения по дисциплине:

Компетенция (код и наименование)	Индикаторы компетенций (код и наименование)	Результаты обучения
ОПК-2. Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надежность и качество функционирования систем	ОПК-2.1. Определяет и анализирует существенные элементы информационных систем.	<i>Знать:</i> основные характеристики графов; специальные цепи и циклы в графе; понятие основного дерева в графе; методы подсчета хроматического числа графа. <i>Уметь:</i> строить граф по его матрицам смежности или матрице инциденций и решать обратную задачу; строить циклы специального вида в графе; находить хроматическое число и хроматический многочлен графа. <i>Владеть:</i> аппаратом и методами теории графов и комбинаторики для грамотной математической постановки и анализа конкретных задач, возникающих в профессиональной деятельности.
	ОПК-2.2. Осуществляет поиск и применяет программное обеспечение для проведения вычислительных экспериментов.	<i>Знать:</i> основные характеристики графов; специальные цепи и циклы в графе; понятие основного дерева в графе; методы подсчета хроматического числа графа. <i>Уметь:</i> строить граф по его матрицам смежности или матрице инциденций и решать обратную задачу; строить циклы специального вида в графе; находить хроматическое число и хроматический многочлен графа. <i>Владеть:</i> аппаратом и методами теории графов и комбинаторики для грамотной математической постановки и анализа конкретных задач, возникающих в профессиональной деятельности.

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Теория графов» относится к обязательной части блока дисциплин учебного плана.

Для освоения дисциплины необходимы знания, умения и владения, сформированные в ходе изучения следующих дисциплин (модулей): «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Аналитическая геометрия».

В результате освоения дисциплины формируются знания, умения и владения, необходимые для изучения следующих дисциплин: «Математическая теория игр», «Исследование операций», «Методы оптимизации», «Теория систем и системный анализ».

2. Структура дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 з.е., 144 ч., в том числе контактная работа обучающихся с преподавателем 56 ч., промежуточная аттестация 18 ч., самостоятельная работа обучающихся 70 ч.

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Семестр	Виды учебной работы (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная		Промежуточная аттестация	Самостоятельная работа	
			Лекции	Практические занятия			
1	Тема 1. Базовые математические понятия. Основные типы графов и способы их задания (матрицы и графы). Операции над графами, изоморфизм графов	4	6	8		18	Опрос Контрольная работа
2	Тема 2. Движение по графу. Обходы графа (маршруты, циклы, цепи) и типы графов, обусловленные ими (гамильтоновы, эйлеровы, их свойства).	4	6	8		16	Контрольная работа
3	Тема 3. Теорема Жордана. Правильная раскраска графа. Графы типа «дерево» («лес»).	4	6	8		16	Контрольная работа
4	Тема 4. Оптимизационные задачи на графах. Двудольные графы, паросочетания.	4	6	8		20	Контрольная работа
5	Экзамен	4			18		Итоговая контрольная работа
	Итого:		24	32	18	70	

3. Содержание дисциплины

Тема 1. Базовые математические понятия. Основные типы графов и способы их задания (матрицы и графы). Операции над графами, изоморфизм графов.

Операции над множествами и их свойства. Декартово произведение множеств. Матрицы, характеризующие бинарные отношения. Бинарные отношения эквивалентности и порядка. Матрицы, связанные с графами; матрица смежности, инцидентности, расстояний, Кирхгофа, связности (достижимости) и их связь с матрицами бинарного отношения, задающего граф. Операции над графами: операции удаления ребра, введения ребра, удаления вершины, введения вершины в ребро; операция объединения графов, дополнения графов. Изоморфизм графов.

Тема 2. Движение по графу. Обходы графа (маршруты, циклы, цепи) и типы графов, обусловленные ими (гамильтоновы, эйлеровы, их свойства).

Определение маршрута, циклического маршрута, длины маршрута, цепи, простой цепи, цикла, простого цикла в неорграфе. Теорема о связи маршрута и простой цепи. Теоремы о связи матрицы смежности и числа маршрутов определенной длины. Путь, контур, понятие достижимости в орграфе.

Понятие связного неорграфа связного орграфа, сильно связного орграфа. Теоремы о представлении графа в виде объединения непересекающихся связных компонент.

Расстояние между вершинами. Матрицы связности, достижимости, контрдостижимости. Диаметр графа. Цикл, эйлеров цикл, эйлерова цепь, эйлеров граф.

Условие эйлеровости графа, мультиграфа. Алгоритм Флери построения эйлеровой цепи.

Определение гамильтонова цикла, гамильтоновой цепи, гамильтонова графа.

Тема 3. Теорема Жордана. Правильная раскраска графа. Графы типа «дерево» («лес»).

Понятие жордановой кривой. Формулировка теоремы Жордана. Определение плоского и планарного графа. Задача о трех колодцах и трех домах. Графы K_5 и $K_{3,3}$ не являются планарными. Теорема Понтрягина-Куратовского (формулировка). Теорема Эйлера. Полный граф. Граф-«дерево», граф – «лес».

Тема 4. Оптимизационные задачи на графах. Двудольные графы, паросочетания.

Алгоритм построения минимального остовного дерева в графе.

Постановка задачи о поиске кратчайшего пути в графе и ее решение.

Постановка задачи о нахождении максимального потока в графе и ее решение.

Методы сетевого планирования. Двудольные графы, их свойства, паросочетания.

Задачи голосования и их представления при помощи графов.

4. Образовательные технологии

№ п/п	Наименование раздела	Виды учебных занятий	Образовательные технологии
1	2	3	4
1	Тема 1. Базовые математические понятия. Основные типы графов и способы их задания (матрицы и графы). Операции над графами, изоморфизм графов	Лекции 1-6 Практические занятия 1-8. Самостоятельная работа	Традиционная лекция Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков Консультирование и проверка домашних заданий посредством

			электронной почты
2	Тема 2. Движение по графу. Обходы графа (маршруты, циклы, цепи) и типы графов, обусловленные ими (гамильтоновы, эйлеровы, их свойства)	Лекции 7-13 Практические занятия 9-17 Самостоятельная работа	Традиционная лекция Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты
3	Тема 3. Теорема Жордана. Правильная раскраска графа. Графы типа «дерево» («лес»).	Лекции 14-17 Практические занятия 18-26 Самостоятельная работа	Традиционная лекция Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты
4	Тема 4. Оптимизационные задачи на графах. Двудольные графы, паросочетания.	Лекции 18-24 Практические занятия 27-32 Самостоятельная работа	Традиционная лекция Решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков Консультирование и проверка домашних заданий посредством электронной почты

5. Оценка планируемых результатов обучения

5.1. Система оценивания

Форма контроля	Макс. количество баллов	
	За одну работу	Всего
Текущий контроль: - контрольная работа (темы 1- 4)	15 баллов	60 баллов
Промежуточная аттестация (Итоговая контрольная работа)		40 баллов
Итого за семестр (дисциплину) Экзамен		100 баллов

Полученный совокупный результат конвертируется в традиционную шкалу оценок и в шкалу оценок Европейской системы переноса и накопления кредитов (European Credit Transfer System; далее – ECTS) в соответствии с таблицей:

100-балльная шкала	Традиционная шкала		Шкала ECTS
95 – 100	отлично	зачтено	A
83 – 94			B
68 – 82			C
56 – 67	удовлетворительно		D
50 – 55			E
20 – 49	неудовлетворительно	не зачтено	FX
0 – 19			F

5.2. Критерии выставления оценки по дисциплине

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
100-83/ A,B	«отлично»	<p>Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает принятые решения.</p> <p>Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «высокий».</p>
82-68/ C	«хорошо»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей.</p> <p>Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p> <p>Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «хороший».</p>
67-50/ D,E	«удовлетворительно»	<p>Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами.</p> <p>Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине.</p> <p>Оценка по дисциплине выставляется обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации.</p> <p>Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – «достаточный».</p>
49-0/ F,FX	«неудовлетворительно»	<p>Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации.</p> <p>Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого навыками и приёмами.</p>

Баллы/ Шкала ECTS	Оценка по дисциплине	Критерии оценки результатов обучения по дисциплине
		Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине. Оценка по дисциплине выставляются обучающемуся с учётом результатов текущей и промежуточной аттестации. Компетенции на уровне «достаточный», закреплённые за дисциплиной, не сформированы.

5.3. Оценочные средства (материалы) для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Текущий контроль

Примерный вариант контрольной работы по теме 1:

1. Нарисовать граф Петерсена.
2. Построить графы, которые описываются следующими матрицами инцидентности

$$C) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, D) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Доказать, что в любом графе число нечетных вершин четно.

Примерный вариант контрольной работы по теме 2:

1. Сформулировать условие эйлеровости графа, мультиграфа, алгоритм Флери построения эйлеровой цепи.
2. Дать определение гамильтонова цикла, гамильтоновой цепи, гамильтонова графа. Каковы условия гамильтоновости графа? Привести три примера.
3. Построить граф с 6 вершинами, который имеет эйлеров цикл, но не имеет гамильтонова цикла.
4. Для связного графа тогда и только тогда существует цепь из v_i в v_j , содержащая все его ребра в точности по одному разу, когда эти v_i, v_j -единственные в этом графе вершины нечетной степени.
Нарисовать графы, являющиеся простыми цепями P_2, P_3, P_4, P_5 , где P_k -простая цепь с k вершинами.
5. Найдите циклы длины 5,6,8,9 в графе Петерсена.

Примерный вариант контрольной работы по теме 3:

- 1.Определение плоского и планарного графа. Привести по три примера таких графов.
- 2.Сформулировать задача о трех колодцах и трех домах.
- 3.Сформулировать понятие связного неорграфа связного орграфа, сильно связного орграфа. Привести по три примера таких графов. Сформулировать теоремы о представлении графа в виде объединения непересекающихся связных компонент.
- 4.Матрица связности, достижимости: дать определение, привести по два примера графа и его матрицы связности или достижимости.

5. Нарисовать графы K_1, K_2, K_3, K_4

Примерный вариант контрольной работы по теме 4:

1. Привести пример графа-сети и описать алгоритм Флойда, позволяющий находить кратчайшие пути между любыми двумя узлами сети.
2. Дать определения двудольного графа. Сформулировать теорему Кенига о признаке двудольного графа.
3. Докажите, что в любом непустом регулярном двудольном графе число вершин в обеих долях одно и то же.
4. Докажите, что n - вершинный граф, число ребер в котором больше, чем $\frac{n^2}{4}$, не является двудольным.
5. Докажите, что каждое дерево является двудольным графом. Какие полные двудольные графы являются деревьями?

Промежуточная аттестация (экзамен)

Вариант итоговой контрольной работы:

1. Описать матрицы, связанные с графами; матрица смежности, инцидентности, расстояний, Кирхгофа, связности (достижимости) и их связь с матрицами бинарного отношения, задающего граф.

2. Даны множества $\Omega = \{a, b, c, d, e, i, f, h, m, p, q, u, v, 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, *, \oplus, \alpha, \beta, \gamma, \Lambda, \Xi, \Sigma, \Delta\}$, и его подмножества

$$B = \{c, a, d, n, p, q, 0, 2, 10, 14, *, \Lambda, \Delta\},$$

$$U = \{e, a, d, i, p, v, 10, 2, 12, *, \alpha, \beta, \Xi, \Delta\}. C = \{a, d, i, p, h, 0, 2, 12, 14, *, \oplus, \beta, \Lambda, \Sigma, \Delta\}$$

Выписать множества: $U \cap B, \bar{B}, C \cap B \cap U, C \cup B, U \setminus (B \cap C), \overline{B \cup C}$.

3. Задан неорграф, у которого множество вершин $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ и множество ребер $N = \{m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_6\}$. Матрица смежности имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \text{ матрица инцидентности такова: } \begin{pmatrix} \alpha & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Нарисовать граф, определить степени вершин. Является ли этот граф эйлеровым? Гамильтоновым?

4. Докажите, что каждое дерево является двудольным графом. Какие полные двудольные графы являются деревьями?
5. Построить граф с 6 вершинами, который
 - 1) имеет гамильтонов цикл, но не имеет эйлерова цикла.
 - 2) имеет эйлеров цикл, но не имеет гамильтонова цикла.

6. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

6.1. Список источников и литературы

Литература

Основная

1. Судоплатов С. В. Элементы дискретной математики: учебник. - М.: Инфра-М, 2003. - 279 с.
2. Акимов О. Е. Дискретная математика: логика, группы, графы / О. Е. Акимов. - Изд. 2-е, доп. - М.: Лаб. базовых знаний, 2003. - 376 с.
3. Алескеров Ф. Т. Бинарные отношения, графы и коллективные решения: учебное пособие для студентов, обучающихся по направлениям "Экономика", "Менеджмент", "Бизнес-информатика", "Государственное и муниципальное управление" и специальности "Логистика" / Ф. Т. Алескеров, Э. Л. Хабина, Д. А. Шварц. - Изд. 2-е, перераб. и доп. - Москва : Физматлит, 2017. - 341 с.

Дополнительная

1. Гаврилов Г.П. Задачи и упражнения по дискретной математике/ Г. П. Гаврилов, А. А. Сапоженко. - Изд. 3-е, перераб. - М.: Физматлит, 2009. - 416 с.

6.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Электронная библиотека для вузов и ссузов.- biblio-online.ru
2. Перечень современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочных систем (ИСС)

№п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2016 г. Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2016 г. Журналы Oxford University Press SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
3	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Для материально-технического обеспечения дисциплины необходимы:

- учебная аудитория,
- доска,
- проектор (стационарный или переносной),
- компьютер или ноутбук,
- программное обеспечение (ПО).

Перечень программного обеспечения (ПО)

№п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения
1	Microsoft Office 2010 Pro	Microsoft	лицензионное
2	Windows XP/Windows 7/ Windows 10	Microsoft	лицензионное
3	Kaspersky Endpoint Security	Kaspersky	лицензионное

8. Обеспечение образовательного процесса для лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

При необходимости рабочая программа дисциплины может быть адаптирована для обеспечения образовательного процесса лицам с ограниченными возможностями здоровья, в том числе для дистанционного обучения. Для этого от студента требуется представить заключение психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК) и личное заявление (заявление законного представителя).

В заключении ПМПК должно быть прописано:

- рекомендуемая учебная нагрузка на обучающегося (количество дней в неделю, часов в день);
- оборудование технических условий (при необходимости);
- сопровождение и (или) присутствие родителей (законных представителей) во время учебного процесса (при необходимости);
- организация психолого-педагогического сопровождение обучающегося с указанием специалистов и допустимой нагрузки (количества часов в неделю).

Для осуществления процедур текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся при необходимости могут быть созданы фонды оценочных средств, адаптированные для лиц с ограниченными возможностями здоровья и позволяющие оценить достижение ими запланированных в основной образовательной программе результатов обучения и уровень сформированности всех компетенций, заявленных в образовательной программе.

Форма проведения текущей и итоговой аттестации для лиц с ограниченными возможностями здоровья устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей (устно, письменно (на бумаге, на компьютере), в форме тестирования и т.п.). При необходимости студенту предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на зачете или экзамене.

9. Методические материалы

9.1. Планы практических занятий

Тема 1. Базовые математические понятия. Основные типы графов и способы их задания (матрицы и графы). Операции над графами, изоморфизм графов.

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков.

Примерные задачи для решения в аудитории:

1. Привести примеры графов. Вычисление степени вершины.
2. Дано множество $A = \{a, b, m\}$, построить $A \times A$. Введем на множестве $A \times A$ бинарные отношения ρ, α в виде пар:

$$\rho = \{ (a, b), (a, m), (a, a), (b, m), (b, a), (m, a) \}$$

$$\alpha = \{ (a, b), (a, m), (a, a), (m, m), (m, a), (m, b), (b, a), (b, m), (b, b) \}$$

Относительно каждого из бинарных отношений указать, какими из свойств симметричности, рефлексивности, транзитивности они обладают.

3. Известно, что граф можно задать бинарным отношением. Какими свойствами обладает граф, если задающее его бинарное отношение

а) рефлексивно, б) симметрично, в) антирефлексивно, г) антисимметрично?

4. Докажите, что ациклический граф, содержащий n вершин и k компонент, имеет $n-k$ ребер.

Контрольные вопросы:

1. Перечислить способы задания графов, привести примеры.
2. Дать определение изоморфных графов.
3. Задание бинарного отношения на множестве A Примеры. Свойства бинарных отношений (рефлексивность, симметричность, транзитивность) Изображения бинарных отношений в графическом виде. Матрицы, характеризующие бинарные отношения. Бинарные отношения эквивалентности и порядка. Примеры таких бинарных отношений.
4. Дать определения полного графа, регулярного графа, Платонова графа, двудольного графа.
5. Свойства регулярного графа и связь его с полным графом. Теорема Кенига о признаке двудольного графа. (в двудольном графе нет циклов нечетной длины или нет простых циклов нечетной длины.)
6. Привести примеры графов и орграфов и всевозможных матриц (смежности, инцидентности, Кирхгофа), описывающих их свойства.
7. Степень вершины (в том числе изолированная вершина, концевая или висючая вершина). Лемма о «рукопожатиях» и ее следствие
8. Матрицы, связанные с графами; матрица смежности, инцидентности, расстояний, Кирхгофа, связности (достижимости) и их связь с матрицами бинарного отношения, задающего граф.

Тема 2. Движение по графу. Обходы графа (маршруты, циклы, цепи) и типы графов, обусловленные ими (гамильтоновы, эйлеровы), их свойства.

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков.

Примерные задачи для решения в аудитории:

1. Построить граф с 6 вершинами, который имеет эйлеров цикл, но не имеет гамильтонова цикла
2. Докажите, что в любом связном графе каждые две простые цепи наибольшей длины, имеют общую вершину.
3. Для связного графа тогда и только тогда существует цепь из v_i в v_j , содержащая все его ребра в точности по одному разу, когда эти v_i, v_j - единственные в этом графе вершины нечетной степени.
4. Задан неорграф, у которого множество вершин $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ и множество ребер $N = \{m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_6\}$. Матрица смежности имеет вид

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \text{ матрица инцидентности такова: } \begin{pmatrix} \alpha & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Нарисовать граф, определить степени вершин. Является ли этот граф эйлеровым?

Гамильтоновым?

Контрольные вопросы:

1. Описать граф-дерево. Доказать эквивалентность шести свойств графа-дерево. К чему приводит удаление существенного ребра графа? Определить остовное дерево графа и привести примеры.
2. Сформулировать условие эйлеровости графа, мультиграфа. Описать алгоритм Флери построения Эйлеровой цепи.
3. Дать определение связного графа, расстояния в графе.
4. Каковы свойства гамильтонова цикла? Гамильтонова графа? Теорема Дирака.

5. Свойства регулярного графа и связь его с полным графом. Теорема Кенига о признаке двудольного графа (в двудольном графе нет циклов нечетной длины или нет простых циклов нечетной длины.)

6. Указать различие между понятиями; маршрут, цепь, простая цепь, цикл, простой цикл, гамильтонова цепь, эйлерова цепь.

7. Понятие связного неорграфа связного орграфа, сильно связного орграфа. Теоремы о представлении графа в виде объединения непересекающихся связных компонент. Расстояние между вершинами. Матрицы связности, достижимости.

Тема 3. Теорема Жордана. Правильная раскраска графа. Графы типа «дерево» («лес»).

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков.

Примерные задачи для решения в аудитории:

1. Граф-«дерево», построение остовного дерева. Взвешенный граф, вес маршрута, переход к понятию сети. Построение цикла, остовного дерева.

3. Нарисовать графы K_1, K_2, K_3, K_4 .

Контрольные вопросы:

1. Дать определение жордановой кривой, сформулировать теорему Жордана. Привести определение плоского и планарного графа и примеры таких графов. Привести примеры непланарных графов. Признак планарности графа (теорема Понтрягина-Куратовского).

2. Описать граф-дерево. Доказать эквивалентность шести свойств графа-дерево. К чему приводит удаление существенного ребра графа? Определить остовное дерево графа и привести примеры.

3. Что такое правильная раскраска графа? Хроматическое число графа? Примеры раскраски графа и графов с хроматическим числом 1, 2, 3. Соотношение между степенями вершин графа и хроматическим числом. Гипотеза 4 красок.

Тема 4. Оптимизационные задачи на графах. Двудольные графы, паросочетания.

Форма проведения – решение типовых задач для закрепления и формирования знаний, умений, навыков.

Примерные задачи для решения в аудитории:

1. На прилагаемом рисунке показана транспортная сеть, состоящая из 5 городов (расстояния между городами=вершинами сети приведены на дугах сети) Найти кратчайшие расстояния от города 1 до всех остальных 4-х городов.

2. На приведенном рисунке сети построить максимальный поток.

3. Водитель ездит из дома (Д) на работу (Р) по самому короткому маршруту среди возможных по приведенной на рис. схемы дорог. Но при этом его часто штрафуют за превышение скорости, поэтому самым оптимальным маршрутом является не самый короткий, а самый коммерчески безопасный. На второй схеме приведены вероятности события А= (быть оштрафованным на каждом участке дороги). Наряды ГИБДД занимают свои позиции случайным образом, не согласовывая их друг с другом. Построить самый оптимальный маршрут от Д до Р.

Построение минимальной сети.

4. На прилагаемом рисунке указаны расстояния между платформами, добывающими газ в открытом море, и приемным пунктом на берегу. Платформа 1 –самая близкая к берегу и оснащена необходимым для перекачки газа от других платформ к ней и к приемному пункту оборудованием. Нужно спроектировать сеть трубопроводов минимальной длины, соединяющей платформу 1 и остальные платформы.

Предположим, что в предыдущей задаче все платформы разбиты на 2 группы в зависимости от давления газа в скважинах: к группе платформ с высоким давлением газа

относятся 2,3,4 и 6 платформы, а с низким давлением газа -5,7,8,9. Из-за разницы в давлении газопроводы от платформ разных групп нельзя соединять между собой, но можно присоединять их к платформе 1. Построить минимальную сеть газопроводов.

5. Освоение алгоритма поиска кратчайшего пути.

Рассмотреть задачи распределения ресурсов, поиск кратчайших маршрутов. Практическая задача о построении максимального потока нефти между источниками нефти и нефтеперегонными заводами. Переход к математической модели этой задачи. Разрезы и их пропускные способности в сети. Алгоритм построения максимального потока в сети. Обсудить основы сетевого планирования.

6. Бинарные отношения порядка и их представление в помощь графов. Мажоритарный граф. Задачи голосования и мажоритарные графы – примеры. Устойчивость на графе и ядро графа. Примеры. Функция выбора – примеры.

Контрольные вопросы:

1. Дать определение разреза в графе и пропускной способности разреза. Сформулировать теорема Форда-Фалкерсона.

2. На приведенном Вами примере провести алгоритм построения минимального остовного дерева.

Приложения

Приложение 1

АННОТАЦИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Дисциплина «Теория графов» реализуется на факультете информационных систем и безопасности кафедрой фундаментальной и прикладной математики.

Цель дисциплины: формирование базовых представлений в теории графов и возможности таковых для применения к разным типам прикладных задач.

Задачи: обеспечение подготовки будущих профессионалов к решению стандартных задач теории графов и сетей.

Дисциплина направлена на формирование следующих компетенций:

ОПК-2. Способен обоснованно выбирать, дорабатывать и применять для решения исследовательских и проектных задач математические методы и модели, осуществлять проверку адекватности моделей, анализировать результаты, оценивать надежность и качество функционирования систем.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать: основные характеристики графов; специальные цепи и циклы в графе; понятие основного дерева в графе; методы подсчета хроматического числа графа.

Уметь: строить граф по его матрицам смежности или матрице инцидентий и решать обратную задачу; строить циклы специального вида в графе; находить хроматическое число и хроматический многочлен графа.

Владеть: аппаратом и методами теории графов и комбинаторики для грамотной математической постановки и анализа конкретных задач, возникающих в профессиональной деятельности.

По дисциплине предусмотрена промежуточная аттестация в форме экзамена.
Общая трудоемкость освоения дисциплины составляет 4 зачетные единицы.

ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ

№	Текст актуализации или прилагаемый к РПД документ, содержащий изменения	Дата	№ протокола
1	Приложение к листу изменений №2	22.06.20	13

1. Структура дисциплины (п.2 для набора 2020г.)

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 з.е., 152 ч., в том числе контактная работа обучающихся с преподавателем 56 ч., промежуточная аттестация 18 ч., самостоятельная работа обучающихся 78 ч.

Таблица 1

№ п/п	Раздел дисциплины/темы	Семестр	Виды учебной работы (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости, форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная		Промежуточная аттестация	Самостоятельная работа	
			Лекции	Практические занятия			
1	Тема 1. Базовые математические понятия. Основные типы графов и способы их задания (матрицы и графы). Операции над графами, изоморфизм графов	4	6	8		22	Опрос Контрольная работа
2	Тема 2. Движение по графу. Обходы графа (маршруты, циклы, цепи) и типы графов, обусловленные ими (гамильтоновы, эйлеровы, их свойства).	4	6	8		18	Контрольная работа
3	Тема 3. Теорема Жордана. Правильная раскраска графа. Графы типа «дерево» («лес»).	4	6	8		18	Контрольная работа
4	Тема 4. Оптимизационные задачи на графах. Двудольные графы, паросочетания.	4	6	8		20	Контрольная работа
5	Экзамен	4			18		Итоговая контрольная работа
	Итого:		24	32	18	78	

2. Образовательные технологии (к п.4 на 2020г.)

В период временного приостановления посещения обучающимися помещений и территории РГГУ для организации учебного процесса с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий могут быть использованы следующие образовательные технологии:

- видео-лекции;
- онлайн-лекции в режиме реального времени;

- электронные учебники, учебные пособия, научные издания в электронном виде и доступ к иным электронным образовательным ресурсам;
- системы для электронного тестирования;
- консультации с использованием телекоммуникационных средств.

3. Перечень современных профессиональных баз данных (БД) и информационно-справочных систем (ИСС) (к п. 6.2 на 2020г.)

Таблица 2

№ п/п	Наименование
1	Международные реферативные наукометрические БД, доступные в рамках национальной подписки в 2020 г. Web of Science Scopus
2	Профессиональные полнотекстовые БД, доступные в рамках национальной подписки в 2020 г. Журналы Cambridge University Press SAGE Journals Журналы Taylor and Francis
3	Компьютерные справочные правовые системы Консультант Плюс, Гарант

4. Перечень программного обеспечения (ПО) (к п.7 на 2020г.)

Таблица 3

№ п/п	Наименование ПО	Производитель	Способ распространения (лицензионное или свободно распространяемое)
1	Microsoft Office 2010 Pro	Microsoft	лицензионное
2	Windows XP/ Windows 7 / Windows 10	Microsoft	лицензионное
3	Kaspersky Endpoint Security	Kaspersky	лицензионное
3	Zoom	Zoom	лицензионное