Пример нарушения неравенства Белла в классическом случае

Евгений Михайлович
Бениаминов

Аннотация

- В докладе обсуждается неравенство Белла (приводится формулировка и краткое доказательство) между корреляциями результатов экспериментов, проводимых в удаленных точках пространства. Неравенство должно выполняться, если в экспериментах можно ввести скрытую случайную переменную, которая определяет результаты экспериментов. В квантовой механике предлагаемое Беллом неравенство нарушается. Нарушение получено теоретически и проверено экспериментально (A.Aspect и др.). Эти работы легли в основу многих статей по трактовке квантовой механики, которые кажутся фантастическими (дальнодействие, телепортация, многомировая интерпретация).
- С другой стороны, А. Хренников с соавторами предположил, что в каждом квантовом эксперименте может быть свой случайный параметр. При этом предположении неравенство Белла уже не выводится.
- В докладе, исходя из этой идеи, приводится пример классического процесса, аналогичный процессу, рассматриваемому Беллом, в котором неравенство Белла нарушается. При этом нет никакого дальнодействия, и нет никакой передачи информации между проводимыми экспериментами.

Неравенство Белла

- Предполагается, что производятся измерения в точках А и В над системой с измерительными приборами *a* и *a'* в точке А и приборами *b* и *b'* в точке В. Предполагается, что приборы выдают при измерениях -1 или 1.
- Через *E(a,b), E(a,b'), E(a',b), E(a',b')* обозначаются корреляции показаний соответствующих приборов при измерениях. То есть

$$E(a,b)=\int_D V(\lambda,a)V(\lambda,b)\rho(\lambda)d(\lambda)\approx\sum_{i=1}^{N}V(\lambda_i,a)V(\lambda_i,b)/N,$$

где *V(λ, a)* и *V(λ,b)* выдаваемые значения приборов в зависимости от значений скрытого параметра *λ*, и *ρ* – плотность распределения вероятностей параметра *λ*, а $V(\lambda_i, a)$ и $V(\lambda_i,b)$- значения приборов в *i*-ом эксперименте для *N* экспериментов.
- **Теорема Белла утверждает, что, если есть общее пространство параметров для этих экспериментов, то**

  | *E(a,b)-E(a,b')+E(a',b)+E(a',b')* | ≤ *2.*

Доказательство теоремы Белла

$$|E(a,b)-E(a,b')+E(a',b)+E(a',b')|=$$

$$=\left|\int_D (V(\lambda,a)V(\lambda,b)-V(\lambda,a)V(\lambda,b')+V(\lambda,a')V(\lambda,b)+V(\lambda,a')V(\lambda,b'))\rho(\lambda)d(\lambda)\right|\le$$

$$\le\int_D |V(\lambda,a)V(\lambda,b)-V(\lambda,a)V(\lambda,b')+V(\lambda,a')V(\lambda,b)+V(\lambda,a')V(\lambda,b')|\,\rho(\lambda)d(\lambda)$$

- Лемма.

$$|V(\lambda,a)V(\lambda,b)-V(\lambda,a)V(\lambda,b')+V(\lambda,a')V(\lambda,b)+V(\lambda,a')V(\lambda,b')|=2$$

- <u>Доказательство леммы.</u> Представим выражение леммы в виде

$$|V(\lambda,a)V(\lambda,b)-V(\lambda,a)V(\lambda,b')+V(\lambda,a')V(\lambda,b)+V(\lambda,a')V(\lambda,b')|=$$

$$=|V(\lambda,a)(V(\lambda,b)-V(\lambda,b'))+V(\lambda,a')(V(\lambda,b)+V(\lambda,b'))|$$

Одно из слагаемых всегда равно 0, а другое равно 2 или -2.

Проблема неравенства Белла

- В квантовой механике неравенство Белла нарушается на теоретическом и экспериментальном уровне.
- Отсюда делается вывод о невозможности построения классических моделей квантовых систем путем введения (локальных) скрытых параметров.
- Однако, если считать, что в каждом эксперименте свое пространство скрытых параметров, то получить неравенство Белла не удается. То есть

$$| E(a,b) - E(a,b') + E(a',b) + E(a',b') | =$$

$$= \left| \int_{D_1} (V(\lambda_1, a) V(\lambda_1, b) \rho_1(\lambda_1) d(\lambda_1) - \int_{D_2} (V(\lambda_2, a) V(\lambda_2, b') \rho_2(\lambda_2) d(\lambda_2) + \right.$$

$$\left. + \int_{D_3} (V(\lambda_3, a') V(\lambda_3, b) \rho_3(\lambda_3) d(\lambda_3) + \int_{D_4} (V(\lambda_4, a') V(\lambda_4, b') \rho_4(\lambda_4) d(\lambda_4) \right| .$$

Новая постановка задачи

- Изменим исходные условия теоремы. Будем предполагать, что приборы выдают значения -1 или 1, если улавливают частицу и не реагируют, если не улавливают частицу. В этом случае корреляция *E(a,b)* вычисляется по той же формуле:

$$E(a,b) = \int_D V(\lambda,a)V(\lambda,b)\rho(\lambda)d(\lambda) \approx \sum_{i=1}^{N} V(\lambda_i,a)V(\lambda_i,b)/N,$$

  где сумма берется только по тем экспериментам, **в которых и прибор *a* и прибор *b* в эксперименте улавливают частицы**, и *N* - число таких экспериментов. (Так было в экспериментах Аспе.)
- Наша задача придумать классический пример, в котором неравенство Белла в этих условиях нарушится.

Постановка задачи

- Будем предполагать, что из некоторой точки испускаются две частицы, которые разлетаются в разные стороны, и внутри которых происходят колебания скрытого параметра с одинаковой частотой со случайной (равномерно распределенной) начальной фазой φ. Будем предполагать для простоты, что волна доходит до точек A и B с той же фазой (в противном случае нужно будет в примере соответствующим образом изменить фазы приборов). В точках A и B устанавливаются приборы, которые по измеренной фазе волны φ в прилетевшей частице и фазе, установленной в приборе, φ_P выдают значения $V(\varphi, \varphi_P)$ по формуле:

Правило взаимодействия прибора и частицы

$V(\varphi, \varphi_P)$ =1, если $-\pi/3+2\pi n< \varphi - \varphi_P <\pi/3+ 2\pi n$;

$V(\varphi, \varphi_P)$ =-1, если $2\pi/3+2\pi n<\varphi - \varphi_P< 4\pi/3+ 2\pi n$;

в противном случае прибор с установленной фазой φ_P не реагирует на прилетевшую частицу.

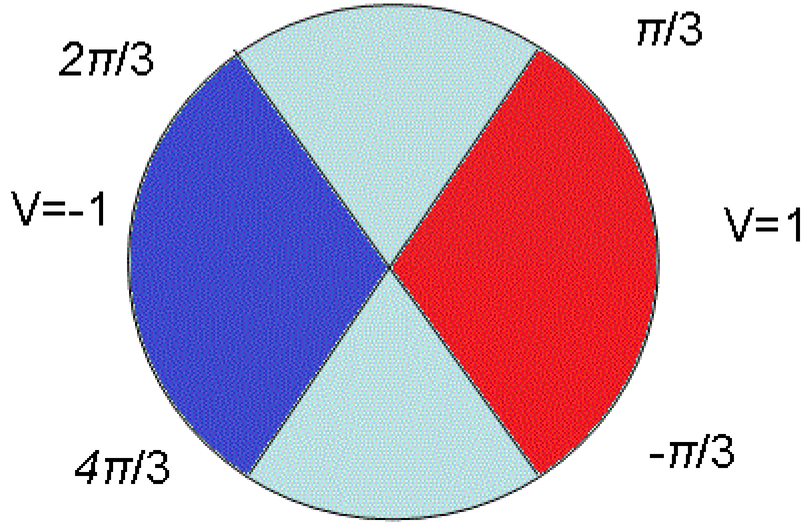


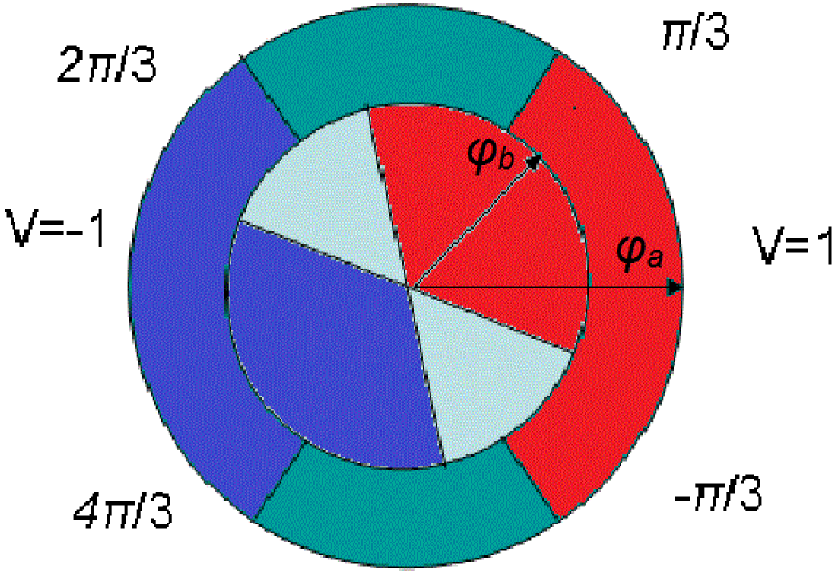
Рис. 1. Выдача сигнала V прибора в зависимости от $\varphi - \varphi_P$

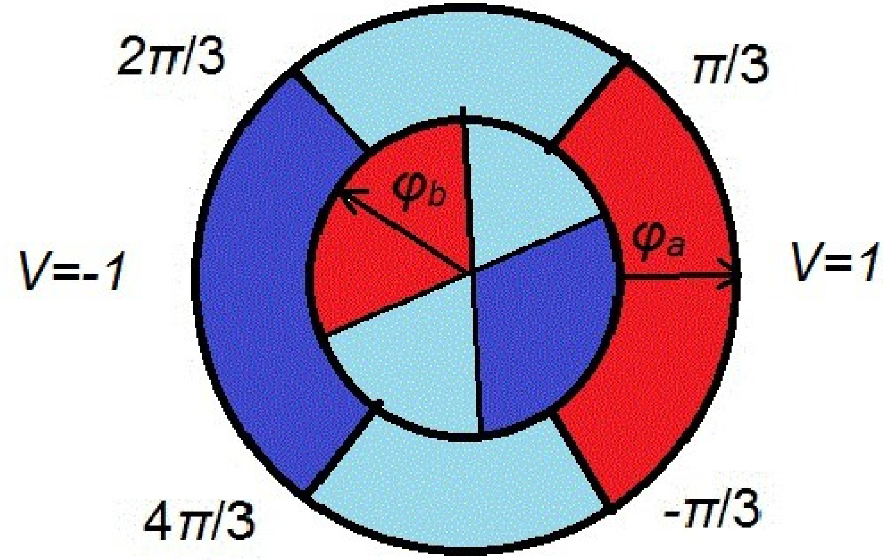
Некоторое утверждение о работе таких приборов

Утверждение. Если на вход двух таких приборов А и В поступает волна в фазе φ, а в приборах установлены фазы φ_a и φ_b в пределах от 0 до π, тогда, если на волну реагируют оба прибора и $|\varphi_a - \varphi_b| \le \pi/3$, то приборы выдают одинаковые значения $V(\varphi, \varphi_a)=V(\varphi, \varphi_b)$, а если $|\varphi_a - \varphi_b| \ge 2\pi/3$, то приборы выдают противоположные значения $V(\varphi, \varphi_a)=-V(\varphi, \varphi_b)$.

Доказательство утверждения

очевидно из рисунков





Следствие из утверждения

Следствие. Если на вход двух таких приборов φ_a и φ_b поступает волна в φ, а в приборах установлены фазы φ_a и φ_b в пределах от 0 до π, то, если $|\varphi_a - \varphi_b| \le \pi/3$,

то $$E(\varphi_\text{a}, \varphi_b) \approx \sum_{i=1}^{N} V(\varphi_i, \varphi_\text{a}) V(\varphi_i, \varphi_b) / N = 1,$$

а если $|\varphi_a - \varphi_b| \ge 2\pi/3$,

то $$E(\varphi_\text{a}, \varphi_b) \approx \sum_{i=1}^{N} V(\varphi_i, \varphi_\text{a}) V(\varphi_i, \varphi_b) / N = -1.$$

Пример нарушения неравенства Белла

- Положим следующие значения фаз в приборах a, b, a‘, b':

$$\varphi_a = 0, \ \ \varphi_b = \pi/3, \ \ \varphi_{a'} = 2\pi/3 \ , \ \ \varphi_{b'} = \pi.$$

- В соответствии с утверждением следствия в этом случае

$$|E(a,b)-E(a,b')+E(a',b)+E(a',b')\ |=|1-(-1)+1+1|=4.$$

- **То есть неравенство Белла нарушается. При этом нет никакого дальнодействия частиц друг на друга. Каждый прибор независимо взаимодействует со своей частицей.**

Литература

- Guillaume Adenier, Andrei Yu. Khrennikov «Testing the Fair Sampling Assumption for EPR-Bell Experiments with Polarizing Beamsplitters» // arxiv.org/pdf/quant-ph/0306045.pdf
- А.Ю. Хренников «ЭКСПЕРИМЕНТ ЭПР–БОМА И НЕРАВЕНСТВО БЕЛЛА: КВАНТОВАЯ ФИЗИКА И ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ» // ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА Том 157, № 1, октябрь, 2008

Конференция "BIG EVENT: Final Bell test“

(письмо А. Хренникова)

- Dear all,
You can find below the weblinks to the films with the talks given at the special session "BIG EVENT: Final Bell test", Växjö conference 2016
(see also my webpage at https://lnu.se/en/staff/andrei.khrennikov/). May be they would be interesting to you and your collaborators, students.
P. Grangier, Closing the Door on Einstein and Bohr's Quantum Debate
https://play.lnu.se/media/t/0_6j6pzwq1
G. Weihs, Violation of Bell¹s Inequality under Strict Einstein Locality Conditions
https://play.lnu.se/media/t/0_u1vdcarx
R. Hensen, From the first loophole - free Bell test to a quantum Internet
https://play.lnu.se/media/t/1_aidlut0w
M. Giustina and M. Versteegh, Significant-loophole-free test of local realism with entangled photons
https://play.lnu.se/media/t/0_kkkvc6mt
K. Shalm, A strong loophole - free test of Bell's inequalities
https://play.lnu.se/media/t/0_guq7626e
H. Weinfurter, Event ready loophole free Bell test using heralded atom-atom entanglement
https://play.lnu.se/media/t/0_i7ibwbp6
P. Grangier, Violation of Bell's Inequalities in a quantum realistic framework
https://play.lnu.se/media/t/0_kc50doch
A. Zeilinger, The Future of Bell Experiments
https://play.lnu.se/media/t/0_8u99ykpd

Andrei